



Pembahasan Week 4

Distribusi Arus dan Tegangan pada Saluran Transmisi

Slotted Line

Daya Transmisi

Secara umum di sepanjang saluran transmisi terdapat:  
gelombang datang dan gelombang pantul (refleksi)

Yang fungsi tegangan dan arusnya:

$$V(z) = \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha(l-z)} e^{j\beta(l-z)} + r \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{-\alpha(l-z)} e^{-j\beta(l-z)}$$

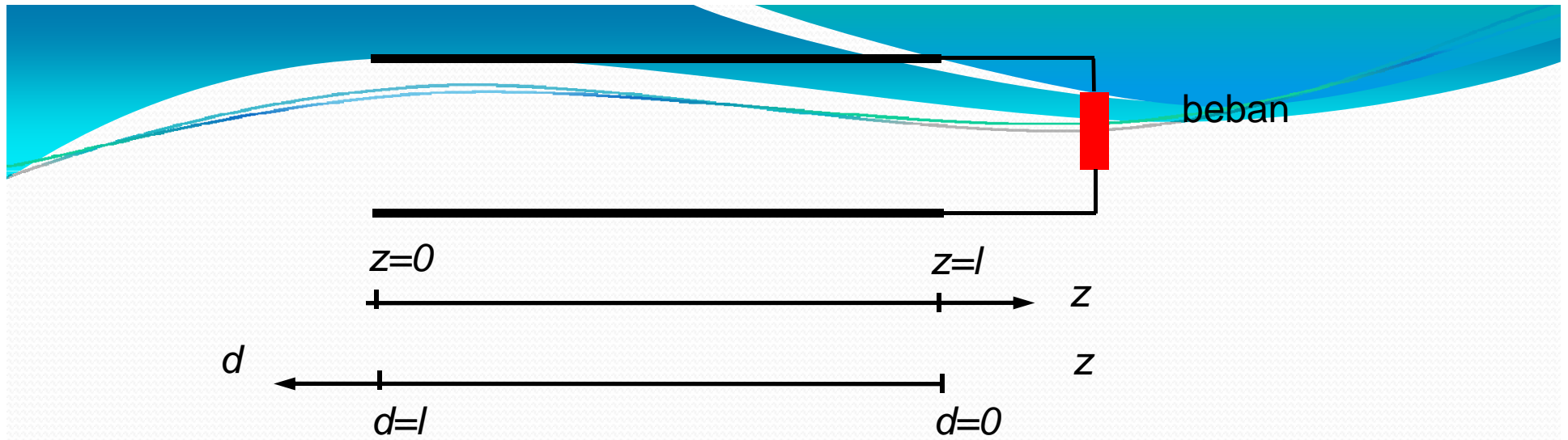
$$I(z) = \frac{1}{2} I_e \cdot e^{\alpha(l-z)} e^{j\beta(l-z)} - r \frac{1}{2} I_e \cdot e^{-\alpha(l-z)} e^{-j\beta(l-z)}$$

$z = 0$  : awal saluran transmisi

$z = l$  : akhir saluran transmisi

$l$  : panjang saluran transmisi

$r$  : refleksi pada beban di posisi  $z = l$



Definisikan sebuah sumbu baru  $d$  yang bermula di akhir saluran transmisi,  
Maka  $d = l - z$

$$V(z) = \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha(l-z)} e^{j\beta(l-z)} + r \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{-\alpha(l-z)} e^{-j\beta(l-z)}$$

$$V(d) = \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha d} e^{j\beta d} + r \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{-\alpha d} e^{-j\beta d}$$

$$V(d) = \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha d} e^{j\beta d} \cdot (1 + r \cdot e^{-2\alpha d} e^{-j2\beta d})$$

Dengan

$$\Gamma(d) = r \cdot e^{-2\alpha d} e^{-j2\beta d} \quad \text{Faktor refleksi pada posisi } d \text{ dari beban}$$

Distribusi tegangan dan arus sepanjang saluran transmisi, pada jarak  $d$  dari beban:

$$V(d) = \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha d} e^{j\beta d} (1 + \Gamma(d))$$

$$I(d) = \frac{1}{2} I_e \cdot e^{\alpha d} e^{j\beta d} (1 - \Gamma(d))$$

## Standing Wave Pattern:

Nilai mutlak (nilai maksimum) tegangan dan arus sepanjang saluran transmisi.

Nilai ini tak akan dilampaui.

$$|V(d)| = \left| \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha d} e^{j\beta d} (1 + \Gamma(d)) \right|$$

$$|V(d)| = \frac{1}{2} |Z \cdot I_e| \cdot e^{\alpha d} \cdot |(1 + \Gamma(d))|$$

Kita bahas: saluran transmisi loss less

$$|V(d)| = \frac{1}{2} |Z \cdot I_e| \cdot |(1 + \Gamma(d))|$$

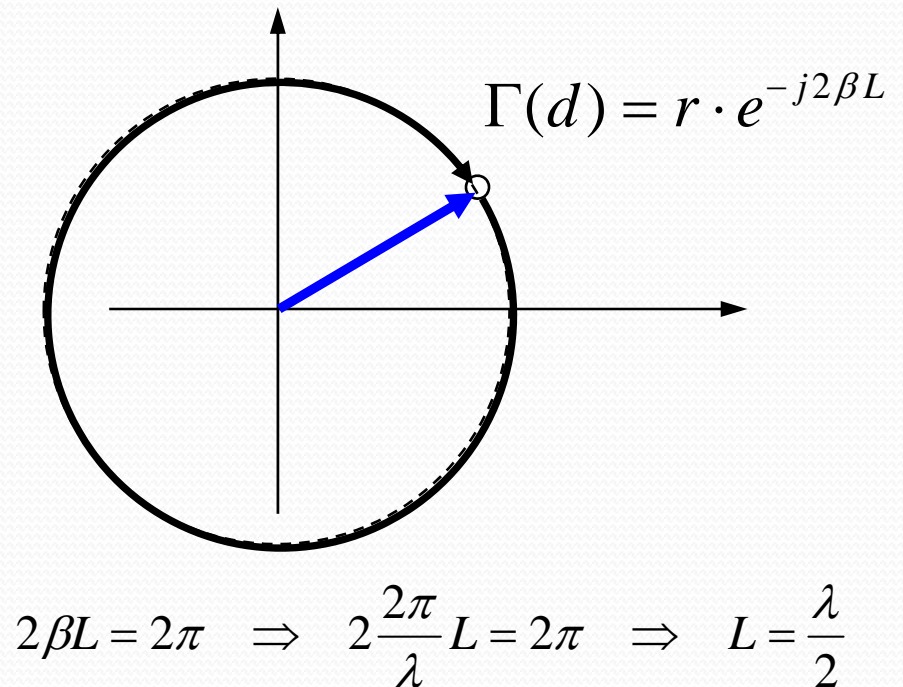
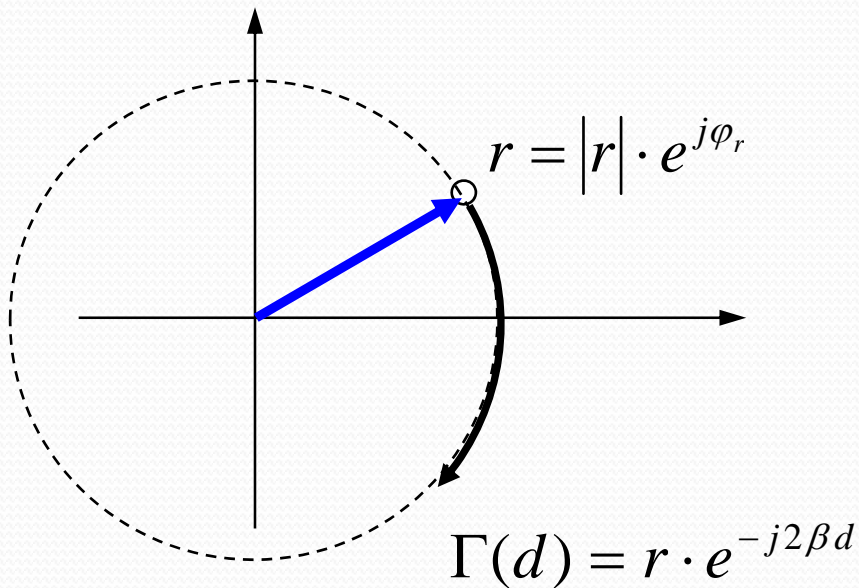
dengan  $\Gamma(d) = r \cdot e^{-j2\beta d}$

Karena tegangan di atas merupakan hasil kali dua bilangan kompleks, Kita lihat satu per-satu.

Jika refleksi pada beban bisa ditulis  $r = |r| \cdot e^{j\phi_r}$

Maka faktor refleksi pada jarak d dari beban menjadi

$$\Gamma(d) = r \cdot e^{-j2\beta d} = |r| \cdot e^{-j(2\beta d - \phi_r)}$$

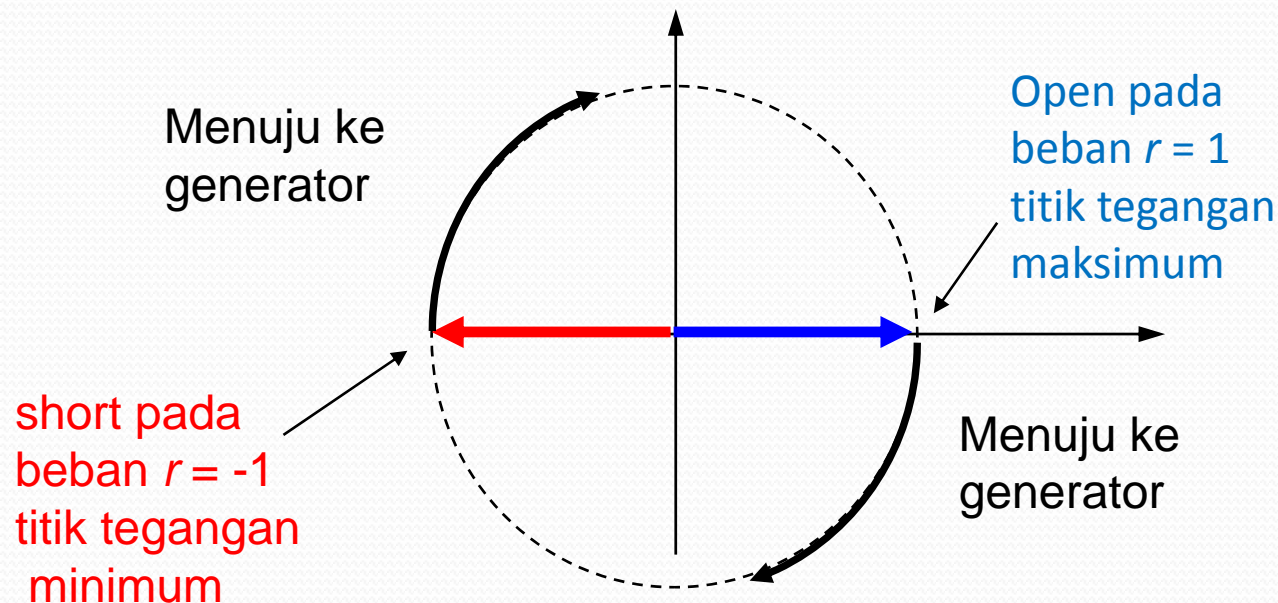


Pola tegangan menjadi maksimum, jika  $\Gamma$  riil dan positif,

$$e^{-j(2\beta d - \varphi_r)} = 1 \Rightarrow 2\beta d - \varphi_r = \pm n2\pi \Rightarrow |V(d)| = \frac{1}{2}|Z \cdot I_e| \cdot (1 + |r|)$$

Pola tegangan menjadi maksimum, jika  $\Gamma$  riil dan negatif,

$$e^{-j(2\beta d - \varphi_r)} = -1 \Rightarrow 2\beta d - \varphi_r = \pm(2n + 1)\pi \Rightarrow |V(d)| = \frac{1}{2}|Z \cdot I_e| \cdot (1 - |r|)$$

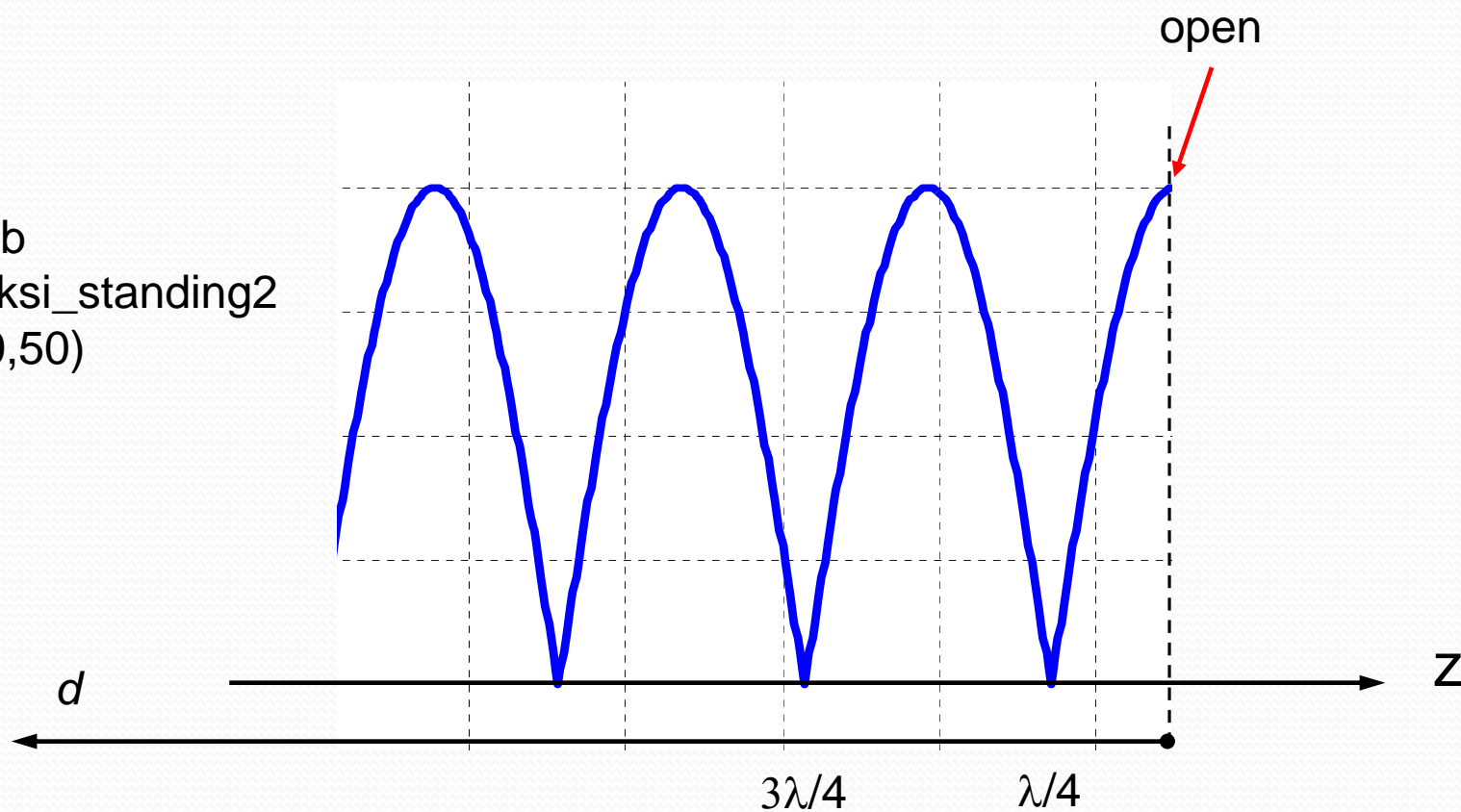


-beban terbuka (open) :  $r = 1$

Tegangan maksimum  $|V(d)|_{\max} = |Z \cdot I_e|$

Tegangan minimum  $|V(d)|_{\min} = 0$

Matlab  
Refleksi\_standing2  
(1000,50)



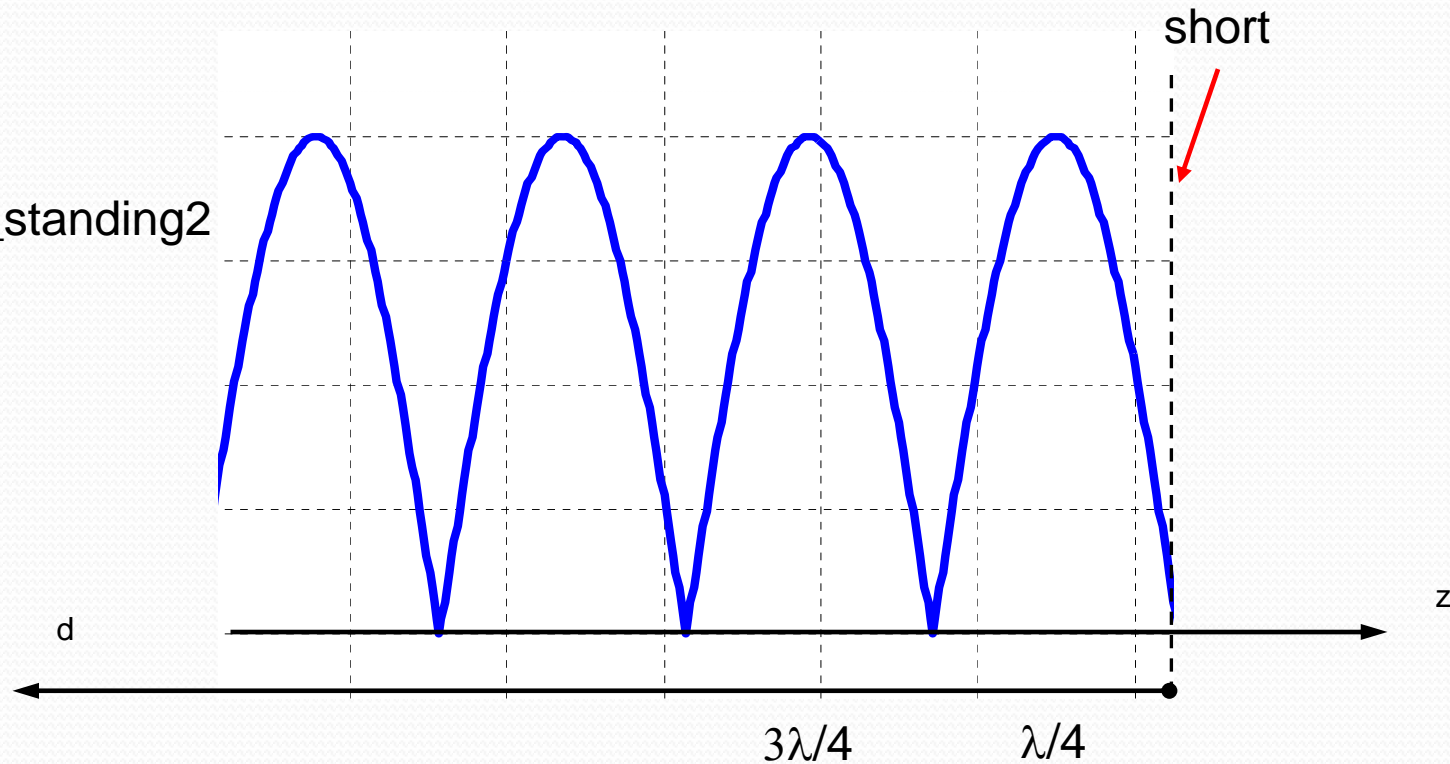
-beban hubungan singkat (short) :  $r = -1$

Seperti pada open, nilai-nilai maksimum dan minimum

Tegangan maksimum  $|V(d)|_{\max} = |Z \cdot I_e|$

Tegangan minimum  $|V(d)|_{\min} = 0$

Matlab  
Refleksi\_standing2  
(0,50)



Saluran transmisi yang tak mengandung kerugian (lossless), maka impedansi gelombang saluran transmisi ini menjadi riil (Z riil).

Maka 
$$r = \frac{Z_L - Z}{Z_L + Z}$$

Matlab  
Refleksi\_standing2  
(50,50)

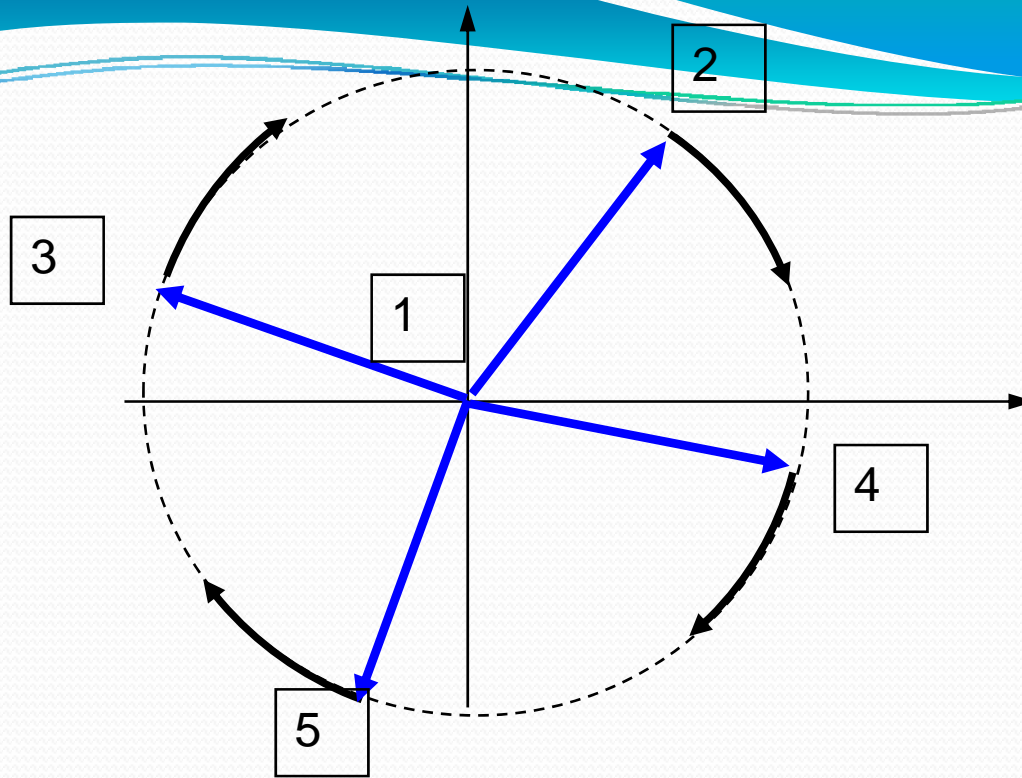
Dengan impedansi beban 
$$Z_L = R_L + jX_L$$

$$r = \frac{Z_L - Z}{Z_L + Z} = \frac{R_L - Z + jX_L}{R_L + Z + jX_L} = \frac{R_L - Z + jX_L}{R_L + Z + jX_L} \cdot \frac{(R_L + Z - jX_L)}{(R_L + Z - jX_L)}$$

$$r = \frac{R_L^2 + X_L^2 - Z^2 + j2ZX_L}{(R_L + Z)^2 + X_L^2} = \frac{R_L^2 + X_L^2 - Z^2}{(R_L + Z)^2 + X_L^2} + j \frac{2ZX_L}{(R_L + Z)^2 + X_L^2}$$

Jika beban induktif:  $X_L > 0$ , maka r juga induktif

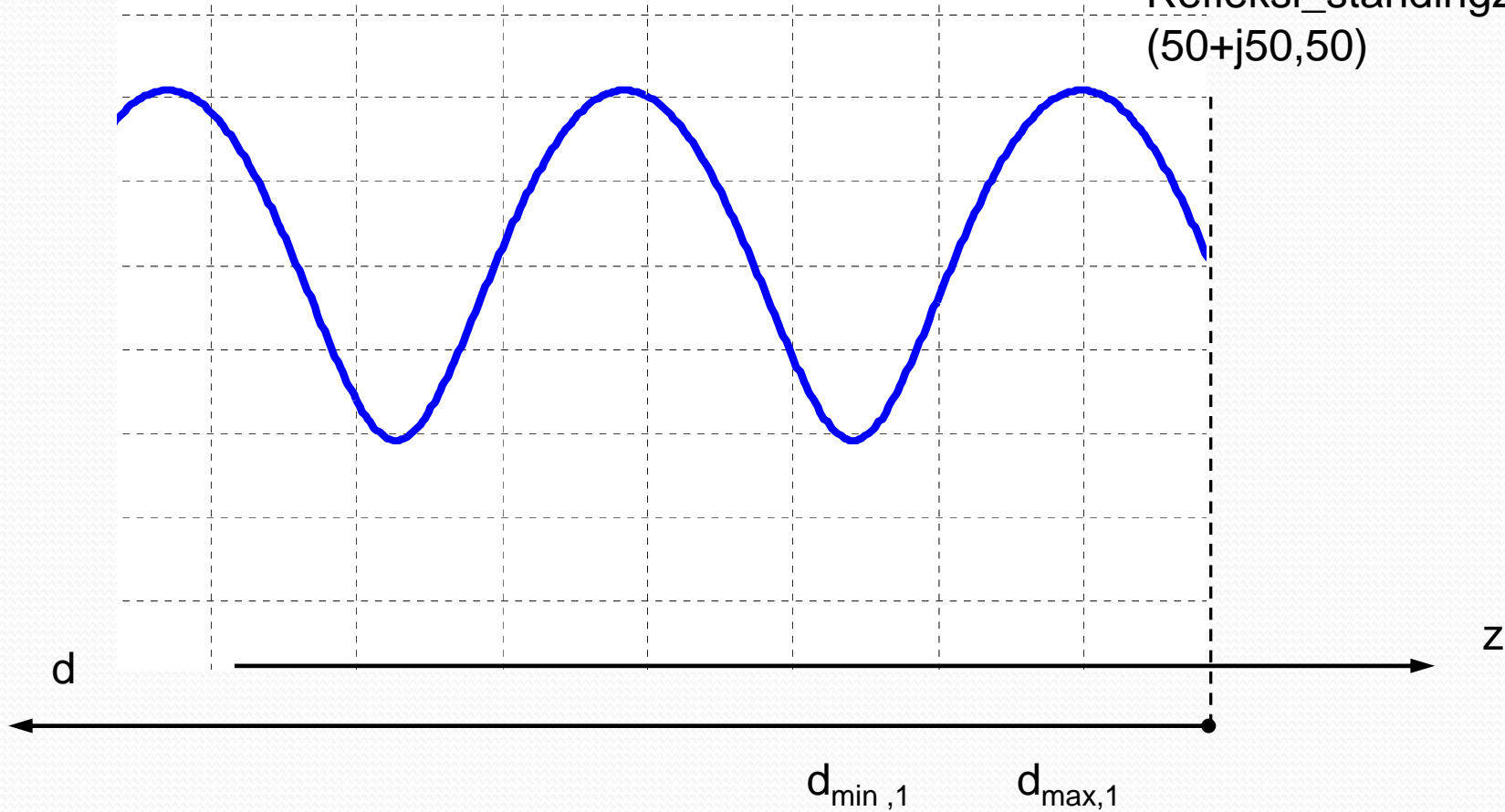
Jika beban kapasitif:  $X_L < 0$ , maka r juga kapasitif



- 1: Matching
- 2 dan 3: Beban induktif
- 4 dan 5: Beban kapasitif

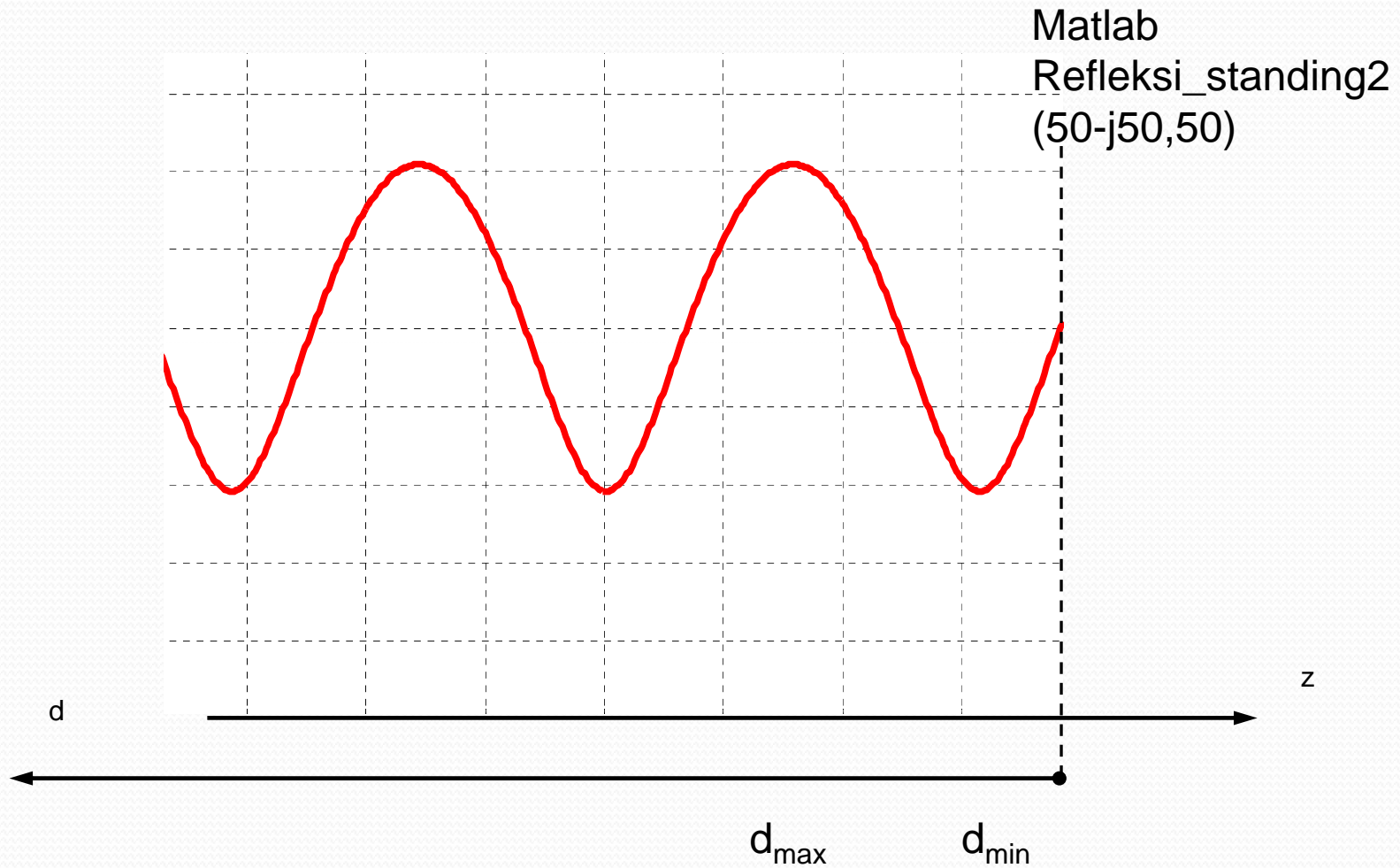
$$2\beta d_{\max,1} - \varphi_r = 0 \Rightarrow d_{\max,1} = \frac{\varphi_r}{2\beta}$$

Matlab  
Refleksi\_standing2  
(50+j50,50)



Pola gelombang tegangan berdiri pada beban induktif

$$d_{\min,1} = \frac{\pi + \varphi_r}{2\beta}$$



Pola gelombang tegangan berdiri pada beban kapasitif

Selain faktor refleksi, dipergunakan juga **VSWR voltage standing wave ratio**, sebagai perbandingan tegangan maksimal dengan tegangan minimal

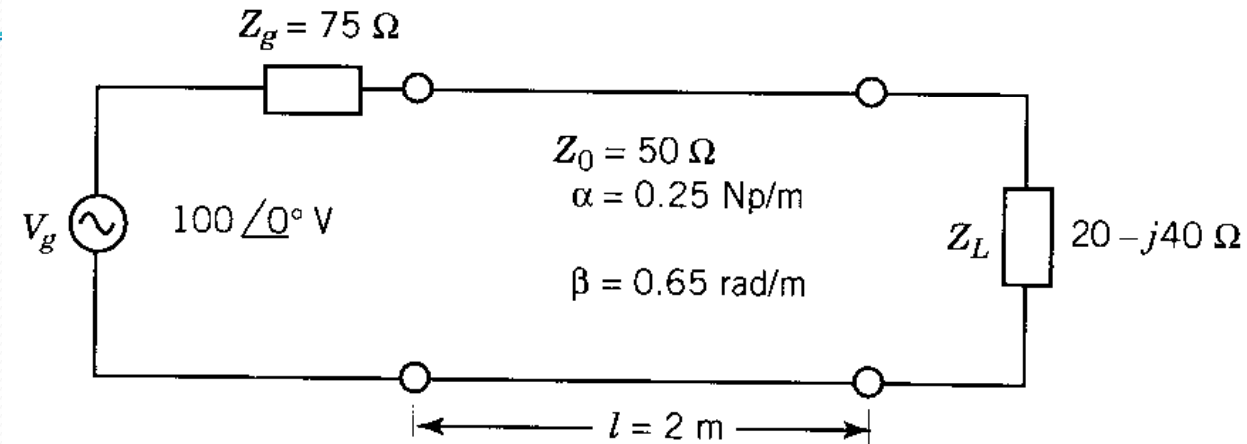
$$VSWR = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|}$$

Pada saat matching  $|r| = 0$ ,  $VSWR = 1$

Pada saat open/short  $|r| = 1$ ,  $VSWR$  tak terhingga

$$|r| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1}$$

Contoh:



Hitunglah faktor refleksi di akhir dan di awal saluran transmisi

$$r = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{20 - j40 - 50}{20 - j40 + 50} = \frac{-30 - j40}{70 - j40} = \frac{(-30 - j40)(70 + j40)}{70^2 + 40^2} = \frac{-500}{6500} - j \frac{4000}{6500}$$

$$r = -0,0769 - j0,6154 = 0,62e^{-j97,125^\circ}$$

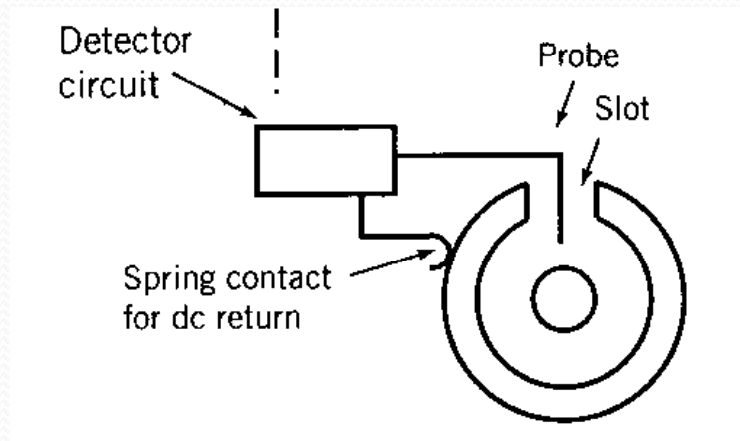
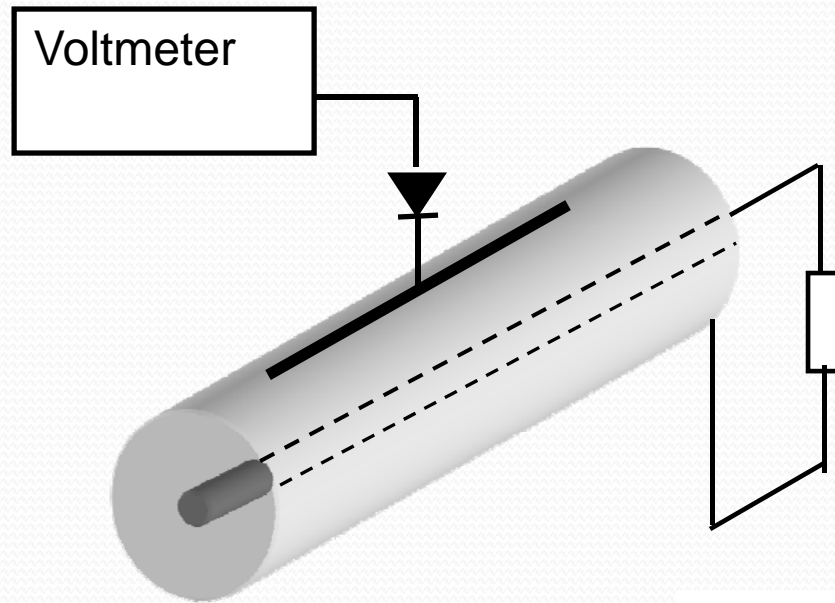
$$\Gamma(d = 2) = r \cdot e^{-2\gamma \cdot d} = 0,62e^{-j97,125^\circ} \cdot e^{-4\gamma}$$

$$-4\gamma = -1 - j2,6$$

$$\Gamma(d = 2) = 0,62e^{-j97,125^\circ} \cdot e^{-1} e^{-j148,969^\circ}$$

$$\Gamma(d = 2) = 0,2281 \cdot e^{-246,094^\circ} = -0,092 + j0,209$$

## Contoh: Pengukuran dengan 'slotted-line'



Dari pengukuran didapatkan nilai tegangan maksimum 0,75 V pada posisi 4,3 mm, dan nilai tegangan minimum 0,61 V pada posisi 10,7 mm.

Tentukanlah impedansi beban, jika saluran transmisi yang dipergunakan memiliki impedansi 50 ohm. Frekuensi kerja 2,1 GHz.

Solusi:

Dari perbandingan nilai maksimum – minimum:

$$VSWR = \frac{0,75}{0,61} = 1,2295$$

Nilai mutlak faktor refleksi

$$|r| = \frac{VSWR - 1}{VSWR + 1} = \frac{1,2295 - 1}{1,2295 + 1} = 0,1029$$

Karena maksimum lebih dekat maka beban induktif, dengan

$$d_{\max,1} = \frac{\varphi_r}{2\beta} \Rightarrow \varphi_r = 2d_{\max,1}\beta$$

Konstanta fasa bisa dihitung dengan

$$d_{\min,1} - d_{\max,1} = \frac{\pi}{2\beta} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2(d_{\min,1} - d_{\max,1})} = \frac{\pi}{2 \cdot 6,4\text{mm}} = 0,2454\text{mm}^{-1}$$

Maka

$$\varphi_r = 2d_{\max,1}\beta = 2 \cdot 4,3 \cdot 0,2454 = 2,1108 = 120,9375^\circ$$

Dengan

$$|r| \cdot e^{j\varphi_r} = \frac{Z_L - Z}{Z_L + Z} \Rightarrow Z_L = Z \cdot \frac{1 + |r| \cdot e^{j\varphi_r}}{1 - |r| \cdot e^{j\varphi_r}} = 50 \cdot \frac{1 + 0,1029 \cdot e^{j120,94^\circ}}{1 - 0,1029 \cdot e^{j120,94^\circ}}$$

$$Z_L = 50 \cdot \frac{1 + 0,1029 \cdot e^{j120,94^\circ}}{1 - 0,1029 \cdot e^{j120,94^\circ}} = 44,31 + j7,91 \quad \text{ohm}$$

Daya yang ditransmisikan pada saluran transmisi ini bisa dihitung dengan

$$P = \operatorname{Re}\{V(z) \cdot I^*(z)\}$$

dengan  $i(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(I \cdot e^{j\omega t})$  dan  $v(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(V \cdot e^{j\omega t})$

$$V(z) \cdot I^*(z) = \left( \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{\alpha d} e^{j\beta d} + r \frac{1}{2} Z \cdot I_e \cdot e^{-\alpha d} e^{-j\beta d} \right).$$

Dengan aproksimasi Z riil, maka daya pada saluran transmisi menjadi

$$P = \frac{1}{4} \operatorname{Re}\{Z\} \cdot |I_e|^2 \cdot \left( e^{2\alpha d} - |r|^2 \cdot e^{-2\alpha d} \right)$$

Daya pada  $d = L$  adalah daya yang berada pada awal saluran transmisi

$$P_{in} = \frac{1}{4} \text{Re}\{Z\} \cdot |I_e|^2 \cdot \left( e^{2\alpha L} - |r|^2 \cdot e^{-2\alpha L} \right)$$

dan daya pada  $d = 0$ , pada bagian akhir saluran transmisi

$$P_{out} = \frac{1}{4} \text{Re}\{Z\} \cdot |I_e|^2 \cdot \left( 1 - |r|^2 \right)$$

Dari keduanya bisa dihitung daya yang 'terkonsumsikan' di dalam saluran transmisi sebesar

$$P_{loss} = P_{in} - P_{out} = \frac{1}{4} \text{Re}\{Z\} \cdot |I_e|^2 \cdot \left( e^{2\alpha L} - |r|^2 \cdot e^{-2\alpha L} - 1 + |r|^2 \right)$$

Daya ini menghilang dan diubah menjadi panas akibat faktor atenuasi.