



# Sistim Komunikasi 1

## Pertemuan 4 Modulasi Sudut

Mudrik Alaydrus  
Teknik Elektro  
Fakultas Teknik, UMB

[mudrikalaydrus@yahoo.com](mailto:mudrikalaydrus@yahoo.com)

Bentuk umum dari sinyal termodulasi sudut:

$$x_c(t) = A_c \cos(\mathcal{G}(t))$$

$$\mathcal{G}(t)$$

Phasa dari sinyal  $x_c$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\mathcal{G}(t)}{dt}$$

Frekuensi sinyal

Jika sinyal  $x_c$  memiliki sinyal pembawa yang berfrekuensi  $\omega_c = 2\pi f_c$  maka

$$\mathcal{G}(t) = \omega_c t + \boxed{\phi(t)}$$

fungsi perubahan phasa

$$f(t) = f_c + \boxed{\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}}$$

fungsi perubahan frekuensi

## Modulasi Phasa (Phase Modulation / PM)

Jika fungsi perubahan phasa dari sinyal  $x_c$  proporsional dengan sinyal berita

$$\phi(t) = k_p m(t)$$

Maka pada PM

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + k_p m(t))$$

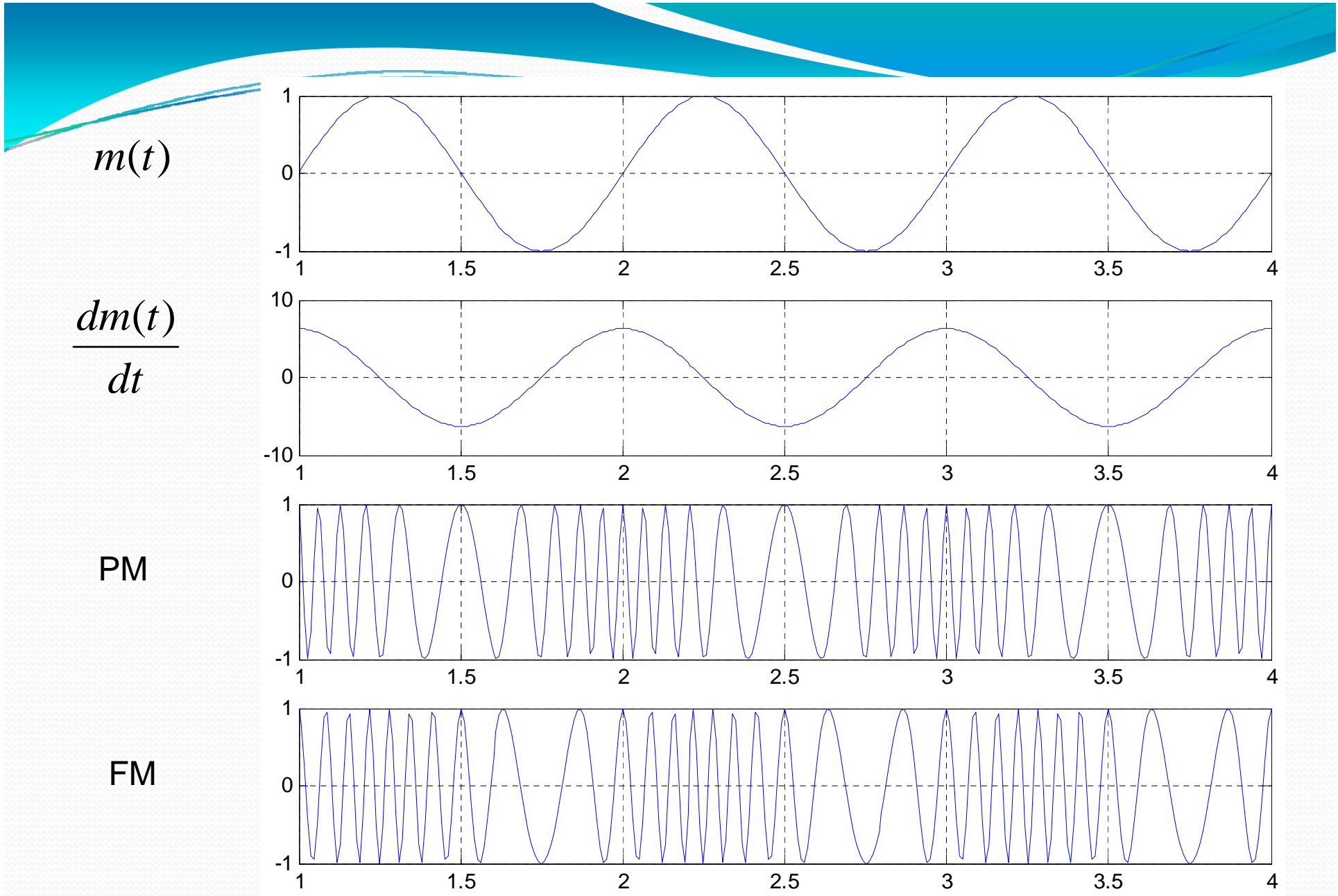
## Modulasi Frekuensi (Frequency Modulation / FM)

Jika fungsi perubahan frekuensi proporsional dengan sinyal berita

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = k_f m(t)$$

Maka pada FM

$$x_c(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right)$$



## Contoh perhitungan:

1. Tentukanlah frekuensi pembawa dan perubahan frekuensi dari sinyal yang termodulasi sudut di bawah ini

$$\cos(200\pi t)\cos(5\sin(2\pi t)) + \sin(200\pi t)\sin(5\sin(2\pi t))$$

Jawab:

Dengan rumus

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\begin{aligned}\cos(200\pi t)\cos(5\sin(2\pi t)) + \sin(200\pi t)\sin(5\sin(2\pi t)) \\ = \cos(200\pi t - 5\sin(2\pi t))\end{aligned}$$

maka  $\vartheta(t) = 200\pi t - 5\sin(2\pi t)$

$$\omega(t) = \frac{d\vartheta(t)}{dt} = 200\pi - 2\pi \cdot 5 \cos(2\pi t) = 2\pi(100 - 5\cos(2\pi t))$$

$$f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = 100 - 5\cos(2\pi t)$$

$f_c$  100 Hz, dengan perubahan maksimum frekuensi adalah 5 Hz ,  
Maka frekuensi sinyal FM ini berubah secara bolak-balik antara  
95 Hz dan 105 Hz

## 2. Diberikan sebuah sinyal yang termodulasi sudut

$$x_c(t) = 10 \cos\left[2\pi (10^6)t + 0,1 \sin(2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 t)\right]$$

a. Jika  $x_c$  PM, dan  $k_p = 10$  tentukan  $m(t)$

b. Jika  $x_c$  FM, dan  $k_f = 10$  tentukan  $m(t)$

a. dengan

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + k_p m(t))$$

$$k_p m(t) = 0,1 \sin(2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 t) \Rightarrow m(t) = 0,01 \sin(2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 t)$$

b. dengan

$$x_c(t) = A_c \cos\left(\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right)$$

$$k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau = 0,1 \sin(2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 t)$$

$$k_f m(t) = 0,1 \cdot 2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 \cdot \cos(2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 t)$$

$$m(t) = 10 \cos(2\pi \cdot 0,5 \cdot 10^3 t)$$

Jika pada suatu FM digunakan sinyal berita

$$m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

Maka sinyal FM-nya:

$$f(t) = f_c + \frac{1}{2\pi} k_f A_m \cos(\omega_m t) = f_c + \Delta f \cos(\omega_m t)$$




$\Delta f$  Frequency hub

$$\mathcal{G}(t) = \omega_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(\omega_m t) = \omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad \text{perbandingan frequency hub dengan frekuensi sinyal berita}$$

$$= \frac{\frac{1}{2\pi} k_f A_m}{f_m} = \frac{k_f A_m}{\omega_m}$$

 indeks modulasi

Jadi sinyal yang termodulasi frekuensi oleh sinyal sinus mempunyai bentuk

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))$$

atau dengan fungsi Bessel

$$x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cos(\omega_c + n\omega_m)t$$

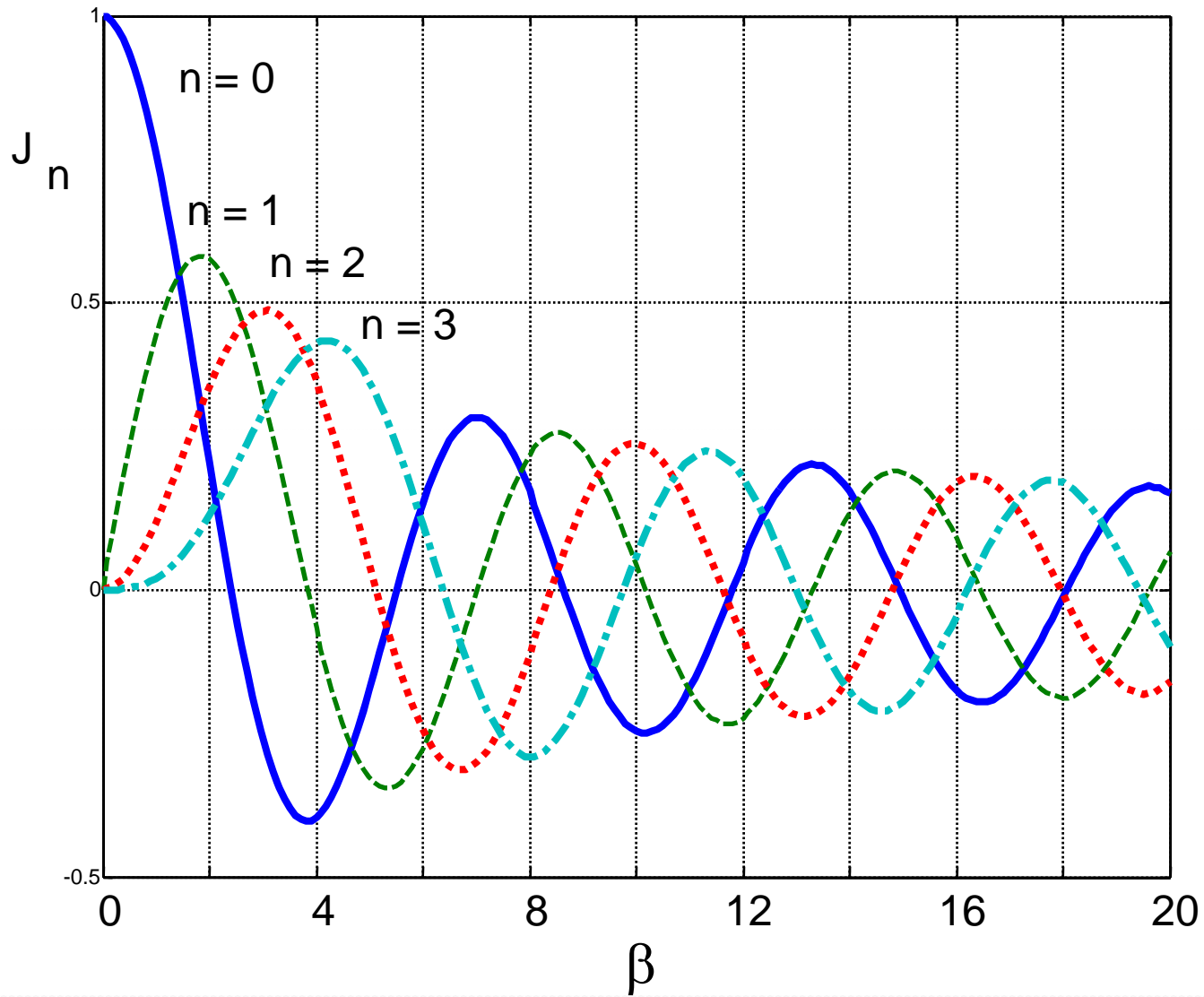
Persamaan ini menggambarkan distribusi spektrum dari sinyal yang termodulasi FM. Yang secara teoretis lebarnya tak terhingga

Dengan  $J_n(\beta)$  fungsi Bessel dengan ordo  $n$

Yang mempunyai sifat

$$J_{-n}(\beta) = J_n(\beta) \quad n \text{ genap}$$

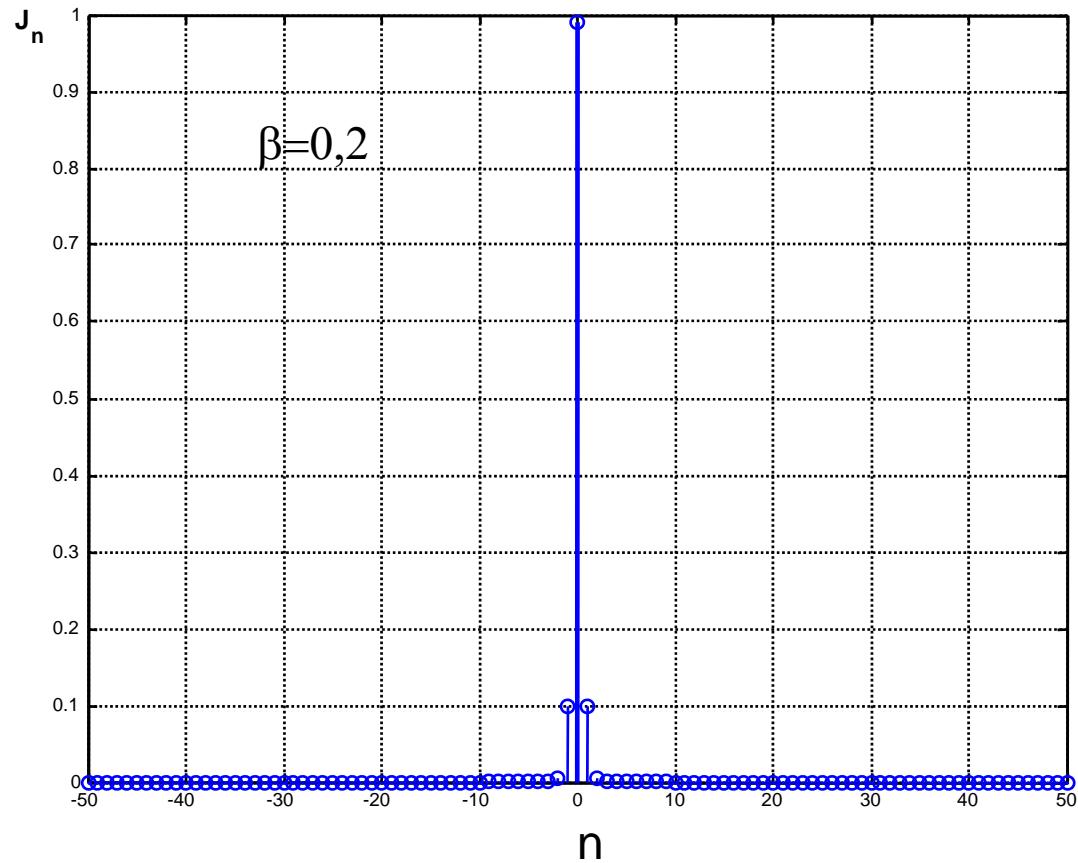
$$J_{-n}(\beta) = -J_n(\beta) \quad n \text{ ganjil}$$





Dari kurva fungsi Bessel kita pelajari:

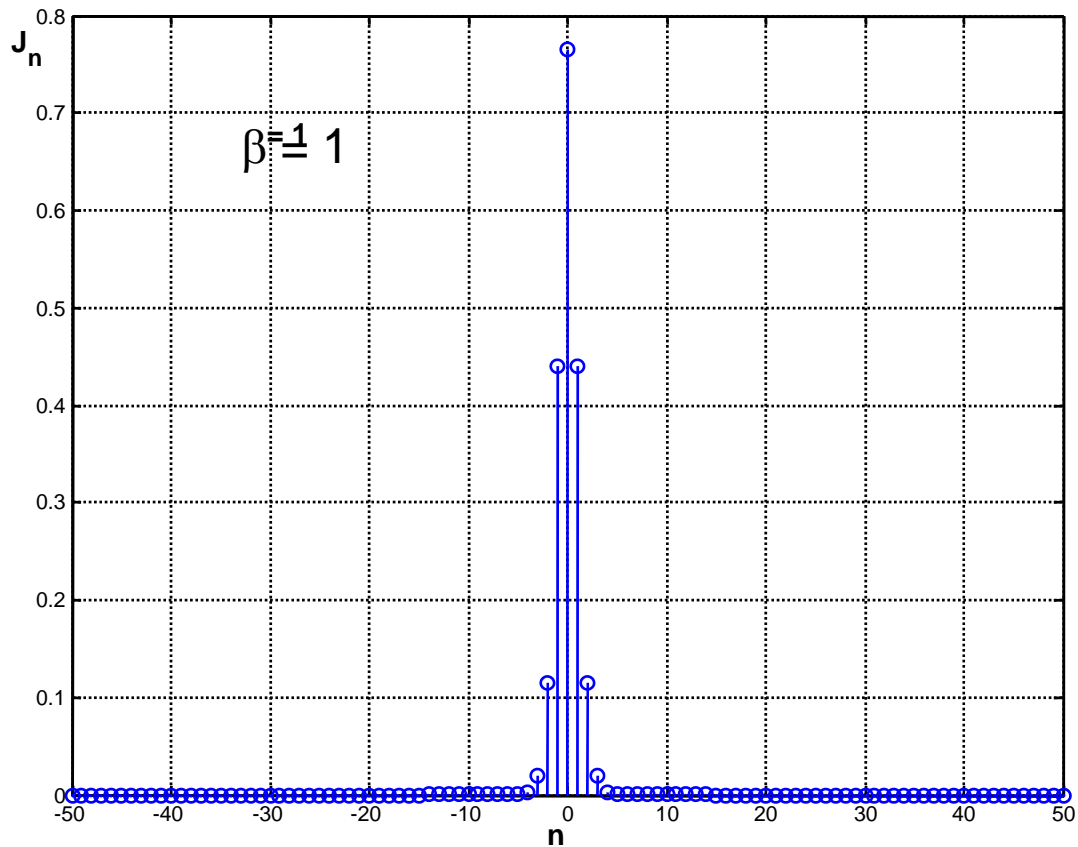
1. Dengan bertambahnya nilai  $n$ ,  $J_n(\beta)$  semakin mengecil
2. Untuk  $n$  yang besar, fungsi  $J_n(\beta)$  hanya akan mempunyai arti untuk  $\beta$  yang besar
3. Jika  $\beta$  kecil, maka hanya sedikit jumlah  $n$  yang harus diperhatikan. Sehingga spektrumnya juga sempit
4. Jika  $\beta$  besar, maka jumlah  $n$  yang harus diperhatikan banyak. Sehingga spektrumnya juga lebar



$\beta=0,2$

98 % energi sinyal terletak pada  $n = 0$  (sinyal pembawa)

dan masing-masing 1% pada  $n = 1$  dan  $n = -1$

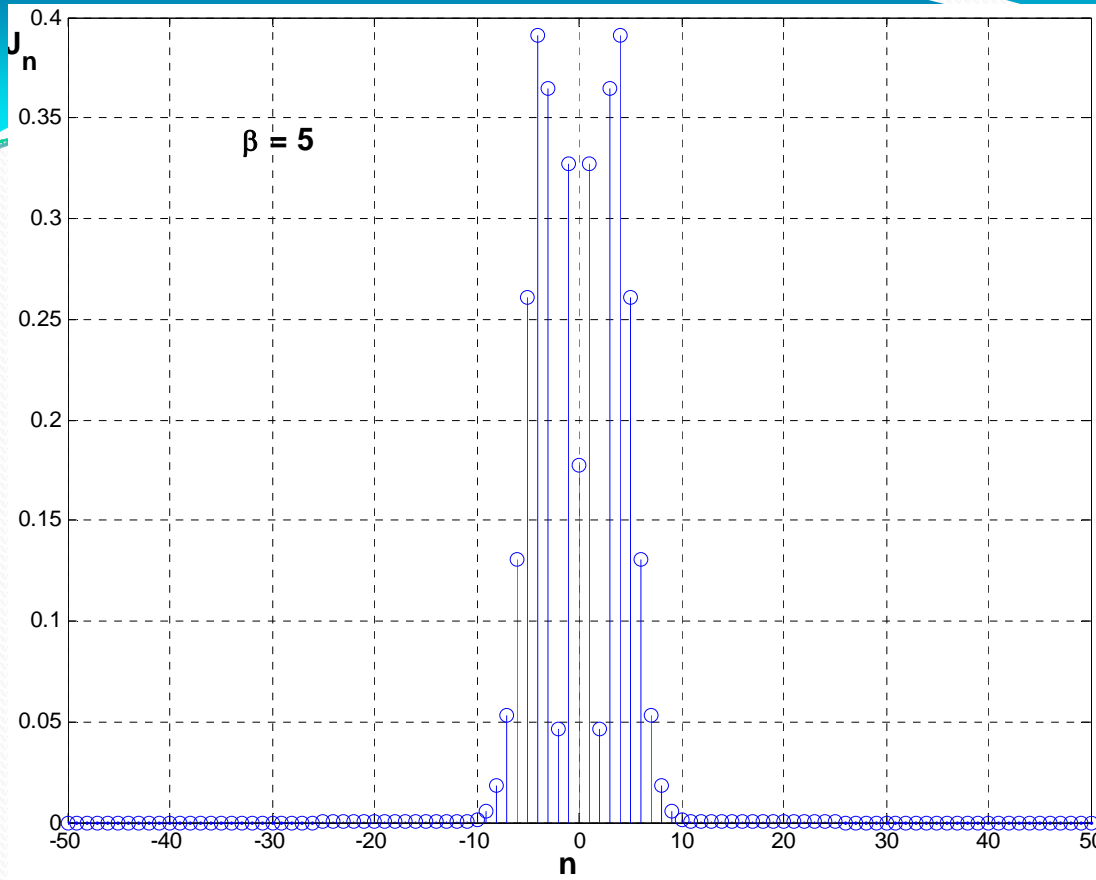


$$\beta = 1$$

58,6 % energi sinyal terletak pada  $n = 0$

19,4% pada  $n = 1$  dan  $n = -1$

1,3% pada  $n = 2$  dan  $n = -2$



$\beta = 5$

3,2 % energi sinyal  $n = 0$

10,7% pada  $n = 1$

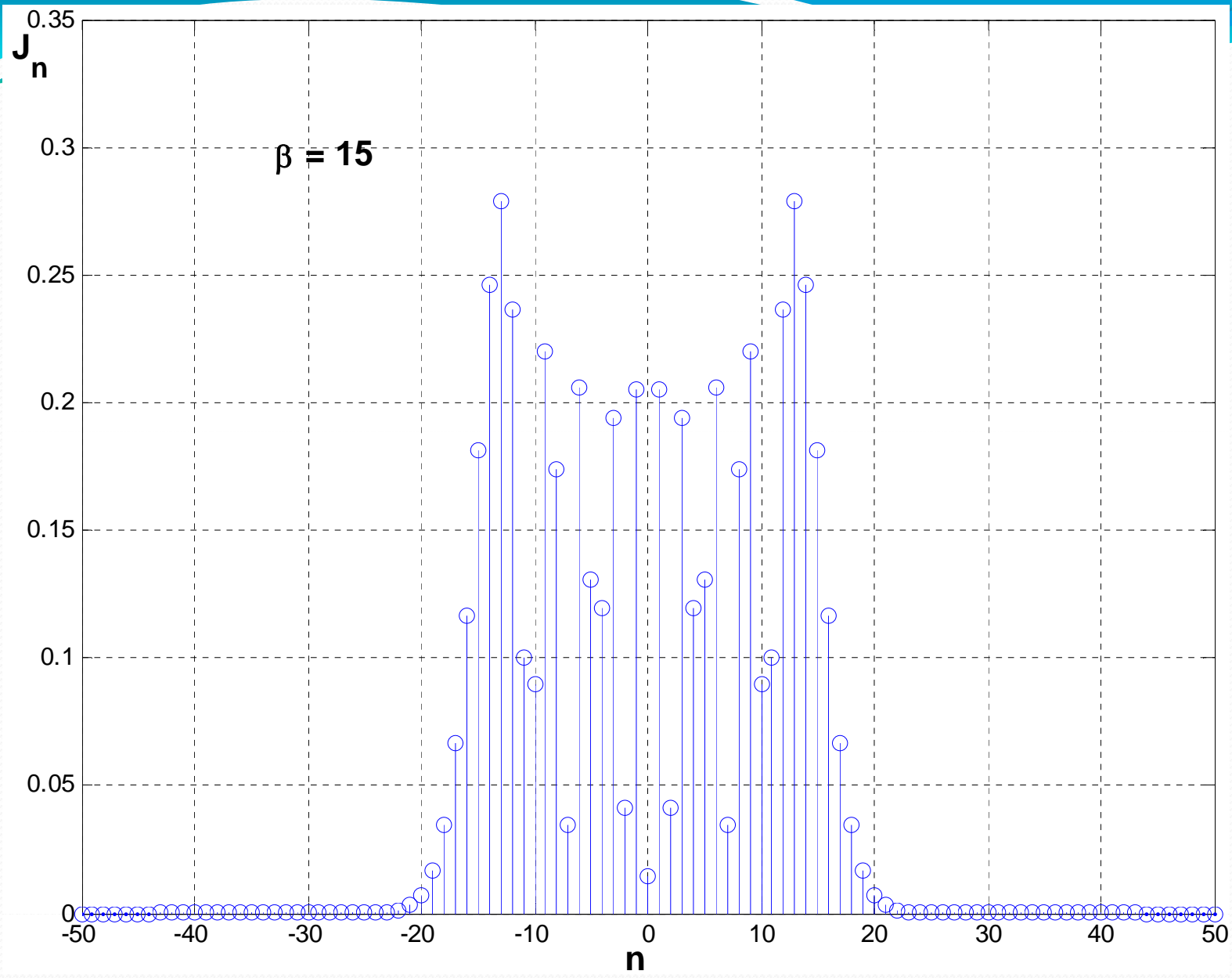
0,2 %  $n = 2$

13,3 %  $n = 3$

15,3 %  $n = 4$

6,8 %  $n = 5$

1,7 %  $n = 6$



Dari hasil pengamatan di atas kita dapat, energi dari sinyal yang termodulasi secara sudut, terkonsentrasi pada frekuensi di sekitar frekuensi pembawa .

Berdasarkan hal ini didefinisikan lebar pita, yang di dalamnya terdapat lebih dari 98% energi sinyal termodulasi tersebut tersimpan.

Untuk sinyal pemodulasi berbentuk fungsi sinus, seperti pengamatan di atas, berlaku hubungan

$$W_B \approx 2(\beta + 1)\omega_m$$

Dan untuk sinyal pemodulasi secara umum, dengan lebar spektrum  $\omega_M$ , didapat secara analog , **Aturan Carson**

$$W_B \approx 2(D + 1)\omega_M$$

$D$  adalah perbandingan deviasi maksimum dari frekuensi terhadap lebar spektrum dari sinyal pemodulasi.

$$D = \frac{\Delta f}{f_M}$$

## Contoh perhitungan:

1. Diberikan sebuah sinyal yang termodulasi sudut

$$x_c(t) = 10 \cos\left[2\pi 10^8 t + 200 \cos(2\pi 10^3 t)\right]$$

hitunglah lebar spectrum yang dibutuhkan untuk transmisi melalui ruang.

Jawab:

Dengan 
$$\mathcal{G}(t) = \omega_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(\omega_m t) = \omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)$$

Maka  $\beta = 200$  dan  $\omega_m = 2\pi 10^3 \text{ rad} / \text{s}$

$$W_B \approx 2(\beta + 1)\omega_m = 2(200 + 1)2\pi 10^3 \text{ rad} / \text{s} \approx 8\pi 10^5 \text{ rad} / \text{s}$$

$$f_B = \frac{W_B}{2\pi} \approx 400 \text{ kHz}$$

2. Sebagai tambahan untuk estimasi dengan aturan Carson, dipergunakan juga persamaan berikut

$$W_B \approx 2(D + 2)\omega_M$$

Hitunglah dengan rumus ini dan aturan Carson lebar spektrum yang diperlukan sinyal FM, yang mempunyai perubahan maksimum frekuensi

$$\Delta f = 75 \text{ kHz} \text{ dan lebar spektrum sinyal informasi } f_M = 15 \text{ kHz}$$

Jawab:  
Dengan

$$D = \frac{\Delta f}{f_M} = \frac{75 \text{ kHz}}{15 \text{ kHz}} = 5$$

Dengan aturan Carson, lebar spektrum

$$f_B \approx 2(D + 1)f_M = 180 \text{ kHz}$$

Dengan rumus di atas kita dapat lebar spektrum

$$f_B \approx 2(D + 2)f_M = 210 \text{ kHz}$$

**Catatan:**

Radio FM yang berkualitas bagus membutuhkan lebar spektrum minimal sebesar 200 kHz. Jadi aturan Carson memberikan nilai estimasi yang lebih kecil.